PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE BALEARES

JUNIO - 2009

MATEMÁTICAS II — Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Se valorará la corrección y la claridad en el lenguaje (matemático o no matemático) utilizado por el alumno. Penalizan los errores de cálculo. Los errores graves, y especialmente, aquellos que lleven a resultados incoherentes o absurdos, serán penalizados con la aplicación del 50 % sobre la calificación en cuestión. Se valorarán todas las partes que sean correctas, aunque el resultado final no lo sea.
Contesta de manera clara y razonada una de las dos opciones propuestas. Cada cuestión se puntúa sobre 10 puntos. La calificación final se obtiene de dividir el total entre 4.

OPCIÓN A

1º) Se consideran las matrices de la forma $A(x)=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos x & -sen\ x \\ 0 & sen\ x & \cos x \end{pmatrix}$, $x \in R$. Se pide:

a) Calcular $A(0)$, $A\left(\frac{\pi}{2}\right)$, $A\left(-\frac{\pi}{2}\right)$, $A(\pi)$, $A(-\pi)$.

b) Demostrar que A(x) tiene inversa para cualquier valor real de x. Calcularla.

c) Calcular los valores de x tales que A(x) = I (matriz identidad). ¿Es cierto que $A(x) \neq A(y)$ siempre que $x \neq y$?

2º) Demuestra que al punto A(-1, 1, 0) no es coplanario con los puntos B(0, 0, 0), $C(0,\ 1,\ 0)$ y D(1, 2, 1). Calcula la distancia de A al plano π determinado por los puntos B, C y D.

3º) Se considera la función $y = f(x)$, definida a trozos en el intervalo $[0,\ \pi]$, de la forma siguiente: $f(x)=\begin{cases} -1 & si\ \ x=0 \\ \dfrac{x^2-x}{sen\ x} & si\ \ 0<x<\pi \\ 0 & si\ \ x=\pi \end{cases}$. Se pide:

a) Estudiar su continuidad.

b) Dibujar la función en un entorno de x = 0 y de x = π.

4º) La recta y = 2x – 2 es una asíntota oblicua de la función $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{x+k}$. Calcula el valor de k y los extremos relativos de la función f(x).

****

OPCIÓN B

1º) ¿Para qué valores de k tiene el sistema $\left.\begin{array}{l} kx - y + z = 2x \\ x + 2ky - kz = y \\ x + ky - z = 0 \end{array}\right\}$ alguna solución distinta de la trivial (0, 0, 0)? Resuélvelo en el caso de k = 2.

2º) Calcular la ecuación continua de la recta t que pasa por el punto A(2, 1, 5) y es perpendicular a las rectas $r \equiv \frac{x}{-1} = \frac{y+2}{0} = \frac{z-3}{4}$ y $s \equiv \frac{x-1}{-5} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$.

3º) Probar racionalmente que la ecuación $x^3 - 3x + 1 = 0$ tiene una única solución dentro del intervalo abierto (1, 2). Calcúlala con un error menor que una décima.

4º) Calcular el área de la región limitada por la curva $y = \frac{1}{1+x^2}$ y las rectas y = 0, x = a y x = b, siendo a y b las abscisas de los puntos de inflexión de la curva. Hacer un dibujo aproximado de la región.

****